Neuro- und Fuzzy-Methoden
Übungsblatt 9

Jonas Jacobi, Felix Oppermann, Jan Geyken

11. Januar 2005

Aufgabe 9.1: Vage Zusammenhänge

$\mu_{not\_small} = 0/1 + 0,2/2 + 0,4/3 + 0,6/4 + 0,8/5$
$\mu_{not\_very\_large} = 0,96/1 + 0,84/2 + 0,64/3 + 0,36/4 + 0/5$

Wir berechnen zunächst die Zugehörigkeiten zu *small and large*:

x \ y	1	2	3	4	5
1	0,2	0,4	0,6	0,8	1
2	0,2	0,4	0,6	0,8	0,8
3	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6
4	0,2	0,4	0,4	0,4	0,4
5	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Nun berechnen wir die Zugehörigkeiten zu *not_small and not_very_large*:

x \ y	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0,2	0,2	0,2	0,2	0
3	0,4	0,4	0,4	0,36	0
4	0,6	0,6	0,6	0,36	0
5	0,8	0,8	0,64	0,36	0

Aus den beiden Relationen errechnen wir nun $\tilde{R}$:

x \ y	1	2	3	4	5
1	0,2	0,4	0,6	0,8	1
2	0,2	0,4	0,6	0,8	0,8
3	0,4	0,4	0,6	0,6	0,6
4	0,6	0,6	0,6	0,4	0,4
5	0,8	0,8	0,64	0,36	0,2

Wir berechnen nun $\tilde{B} = \tilde{A} \circ \tilde{R}$:

$\mu_{\tilde{B}}(y) = \sup_{x \in X}(\min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{R}}(x,y))$

$\mu_{\tilde{B}}(1) = \sup(0,2; 0,2; 0,36; 0,16; 0,04)$
$\mu_{\tilde{B}}(2) = \sup(0,4; 0,4; 0,36; 0,16; 0,04)$
$\mu_{\tilde{B}}(3) = \sup(0,6; 0,6; 0,36; 0,16; 0,04)$
$\mu_{\tilde{B}}(4) = \sup(0,8; 0,64; 0,36; 0,16; 0,04)$
$\mu_{\tilde{B}}(5) = \sup(1; 0,64; 0,36; 0,16; 0,04)$

Es ergibt sich also:

$\tilde{A} \circ \tilde{R} = 0,36/1 + 0,4/2 + 0,6/3 + 0,8/4 + 1/5$

Aufgabe 9.2: Fuzzy-Control

a) $not\ \tilde{A} = 0,9/x_1 + 0,6/x_2 + 0,3/x_3 + 0/x_4$

$$not\ \tilde{A}\ or\ \tilde{B} = \tilde{R} = \begin{array}{c|ccc} & y_1 & y_2 & y_3 \\ \hline x_1 & 0,9 & 0,9 & 0,9 \\ x_2 & 0,6 & 0,6 & 0,9 \\ x_3 & 0,3 & 0,5 & 0,9 \\ x_4 & 0,2 & 0,5 & 0,9 \end{array}$$

b) Wir berechnen die Komposition zunächst wie in Aufgabe 9.1:
$\mu_{\tilde{A} \circ \tilde{R}}(y) = \sup_{x \in X}(\min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{R}}(x,y))$

$\mu_{\tilde{A}\circ\tilde{R}}(y_1) = \sup(0,1; 0,4; 0,3; 0,2)$
$\mu_{\tilde{A}\circ\tilde{R}}(y_2) = \sup(0,1; 0,4; 0,5; 0,5)$
$\mu_{\tilde{A}\circ\tilde{R}}(y_3) = \sup(0,1; 0,4; 0,7; 0,9)$

Es ergibt sich:

$\tilde{A} \circ \tilde{R} = 0,4/y_1 + 0,5/y_2 + 0,9/y_3 \neq \tilde{B}$

Es ergibt sich offensichtlich mit der min-max-Komposition nicht $\tilde{B}$.

Durch die Gödel-Relation ist $\tilde{R}$ hier wie folgt definiert:

$x \setminus y$	y_1	y_2	y_3
x_1	1	1	1
x_2	0, 2	1	1
x_3	0, 2	0, 5	1
x_4	0, 2	0, 5	0, 9

Wir berechnen die Komposition:
$\mu_{\tilde{A}\circ\tilde{R}}(y) = \sup_{x\in X}(\min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{R}}(x,y))$

$\mu_{\tilde{A}\circ\tilde{R}}(y_1) = \sup(0,1; 0,2; 0,2; 0,2)$
$\mu_{\tilde{A}\circ\tilde{R}}(y_2) = \sup(0,1; 0,4; 0,5; 0,5)$
$\mu_{\tilde{A}\circ\tilde{R}}(y_3) = \sup(0,1; 0,4; 0,7; 0,9)$

Es ergibt sich:

$\tilde{A} \circ \tilde{R} = 0,2/y_1 + 0,5/y_2 + 0,9/y_3 = \tilde{B}$

Wir die Gödel-Relation verwendet, so ergibt sich durch die Komposition wieder $\tilde{B}$.

Aufgabe 9.3: Fuzzy-Control

a) (Siehe Anhang)

b) Damit die Information als schärfer betrachtet werden, falls folgende Bedingung erfüllt ist:
Die sich ergebende Ergbnissmengen werden durch das hinzufügen weiter Regeln schärfer. Die ist der Fall falls diese „schmaler" sind, ihnen also weniger Elemente angehören. Die kann jedoch durch hinzufügen zusätzlicher Regeln nicht erreicht werden. Bei der Kombination der Ausgabegrößen wird die Einhüllende von oben verwendet, so dass es nicht möglich ist Teile der Ausgaben andere Regeln zu unterdrücken. Durch zusätzliche Regeln kann die Ergebnissmenge folglich nur unschärfer werden, so dass auch die in den Regeln enthaltene Information unschärfer wird.
Die Ausgabemengen können höchstens schärfer werden, wenn die in den Ausgabemengen enthaltenen Elemente eine stärker Zuordnung erhalten. Ob dies Eintritt hängt stark von den hinzugefügten Mengen ab.

Die Aussage ist somit zumindest nicht allgemeingültig, sondern zusätzliche Regen führen eher zu einer Aufweichung der in der Regelbasis enthaltenen Information.

c) (Siehe Anhang)

d) Verwendet man die Gödelrelation, so muss die zugehörigkeit der Ausgabemenge genau dort 1 betragen, wo durch die Mamdani-Relation die Zugehörigkeit beschränkt wird. Ist die Bedingung nicht gar erfüllt, der Wert m erhält also die Zuordnung 0, so ergibt sich als Ausgabe eine Menge die alle Elemente der Grundmenge mit der Zuordnung 1 erhält. Über die sich ergebenden Zugehörigkeitsfunktionen bildet man dann das Minimum, um die Mengen zu schneiden.

Da jetzt nicht mehr die Vereinigung gebildet wird, sondern die Mengen geschnitten werden, führen zusätzliche Regeln zu schärferen Informationen. Eine weiter Regel deren Ausgabemenge sich nur zum Teil oder gar nicht mit den Ausgabemenge schon vorhanden Regeln überschneidet führt beim Schnitt dazu, dass bisher in der Ergebnissmenge vorhandene Elemente weg fallen und kann somit zu einer ,,schmaleren" Ergebnissmenge führen. Es trifft immer noch nicht zu, dass jede neue Regel zwangsläufig zu schärferen Informationen Führt, jedoch trifft die Aussage bei Verwendung der Gödel-Fuzzy-Relation und des Mengenschnitts eher zu.