Neuro- und Fuzzy-Methoden
Übungsblatt 5

Jonas Jacobi, Felix Oppermann, Jan Geyken

30. November 2004

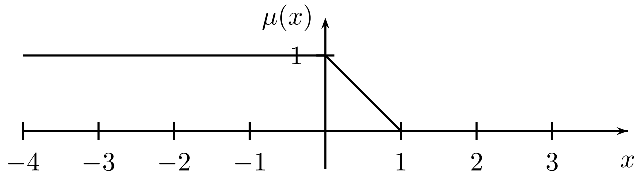
Aufgabe 5.1: Fuzzy-Mengen *(6 Punkte)*

a)

- Sehr kleine Zahlen:

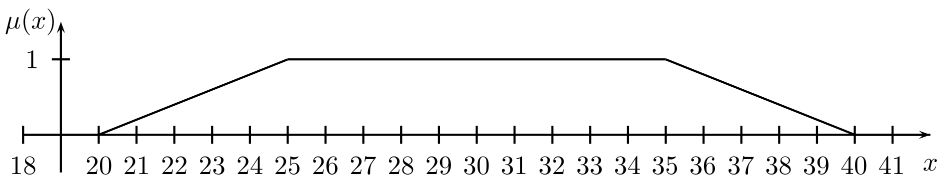
  Wir betrachten Zahlen größer Eins als nicht mehr klein und Zahlen kleiner Null als sicher klein. Zahlen zwischen Null und Eins sind um so kleiner, je näher sie an Null liegen.

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in \mathbb{R}\} \text{ mit } \mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ 1 - x & 0 < x < 1 \\ 0 & x \geq 1 \end{cases}$$



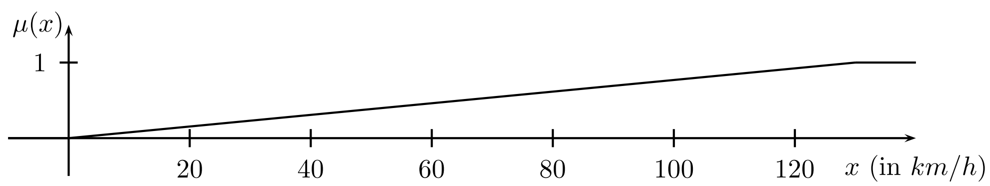
- Zahlen ungefähr zwischen 25 und 35:

$$\tilde{B} = \{(x, \mu_{\tilde{B}}(x)) | x \in \mathbb{R}\} \text{ mit } \mu_{\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 20 \\ \frac{x-20}{5} & 20 < x < 25 \\ 1 & 25 \leq x \leq 35 \\ 1 - \frac{x-35}{5} & 35 < x < 40 \\ 0 & x \geq 40 \end{cases}$$



- Hohe PKW-Geschwindigkeit bei Schnee:

$$\tilde{C} = \{(x\ km/h, \mu_{\tilde{C}}(x)) | x \in \mathbb{R}\} \text{ mit } \mu_{\tilde{C}}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0\ km/h \\ \frac{x}{130 km/h} & 0\ km/h < x < 130\ km/h \\ 1 & x \geq 130\ km/h \end{cases}$$



Aufgabe 5.2: Operationen auf Fuzzy-Mengen *(8 Punkte)*

a)

$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \{(2; 0,4), (3; 0,2), (4; 0,6), (5; 0,7), (7; 0,6)\}$
$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \{(2; 0,4), (3; 0,7), (4; 0,8), (5; 1), (6; 0,8), (7; 0,6), (8; 0,3)\}$

b)

1. $\bar{\tilde{C}} = \{(x; 1) | x \in \mathbb{Z}, x < 7\} \cup \{(7; 0,8), (8; 0,5), (9; 0,2), (11; 0,2), (12; 0,4), (13; 0,8)\} \cup \{(x; 1) | x \in \mathbb{Z}, x > 13\}$

   entspricht: Zahlen die nicht nahe bei 10 liegen.

2. $\tilde{\bar{C}} \cap \tilde{C} = \{(7;0,2),(8;0,5),(9;0,2),(11;0,2),(12;0,4),(13;0,2)\} \neq \emptyset$
   $\tilde{\bar{C}} \cup \tilde{C} = \{(x;1)|x \in \mathbb{Z}, x < 7\} \cup \{(7;0,8),(8;0,5),(9;0,8),(10;1),(11;0,8),(12;0,6),(13;0,8)\} \cup \{(x;1)|x \in \mathbb{Z}, x > 13\} \neq X$

Aufgabe 5.3: α-Schnitt einer Fuzzy Menge *(6 Punkte)*

a)

$A_{0,6} = \{3,4,5,6,7\}$
$A_1 = \{5\}$
$B_{0,6} = \{4,5,7\}$
$B_1 = \emptyset$
$(A \cup B)_{0,6} = \{3,4,5,6,7\}$
$(A \cup B)_1 = \{5\}$
$(A \cap B)_{0,6} = \{4,5,7\}$
$(A \cap B)_1 = \emptyset$

b)

Zu Zeigen:

$\mu_A(x) = \sup\limits_{\alpha \in [0,1]} \{min\{\alpha, I_{A\alpha}(x)\}\}$

Beweis:

Sei $x \in X$

Dann gilt: $\mu_A(x) = \alpha_0$ mit $\alpha_0 \in [0,1]$
Weiterhin gilt: $x \in A_{\alpha_0}$ und $x \notin A_{\alpha_0+\epsilon}$ mit $\epsilon > 0$

Daraus folgt: $I_{\alpha_0}(x) = 1$ und $I_{\alpha_0+\epsilon}(x) = 0$ für alle $\alpha < \alpha_0$ gilt ebenfalls $I_{\alpha_0}(x) = 1$

Noch zu zeigen: $\alpha_0 = \sup\limits_{\alpha \in [0,1]} \{\min\{\alpha, I_{A\alpha}(x)\}\}$

$\sup\limits_{\alpha \in [0,1]} \{\min\{\alpha, I_{A\alpha}(x)\}\} = \sup\{\alpha, \alpha_0, 0 : 0 \leq \alpha < \alpha_0\}$
Da für $0 \leq \alpha < \alpha_0$ gilt $\min\{\alpha, I_{A\alpha}(x)\} = \min\{\alpha, 1\} = \alpha$
und für $0 \leq \alpha_0 < \alpha$ $\min\{\alpha, I_{A\alpha}(x)\} = \min\{\alpha, 0\} = 0$

Damit gilt die Behauptung.

$\square$