

Neuro- und Fuzzy-Methoden Übungsblatt 2

Jonas Jacobi, Felix Oppermann, Jan Geyken

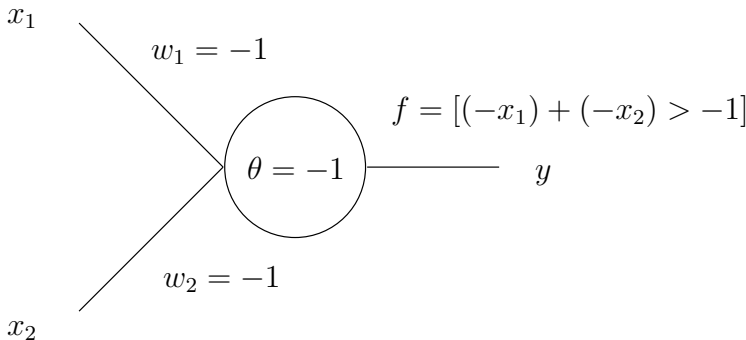
5. Januar 2005

Aufgabe 2.1: Perceptron

1.)

$$NOR(x) = [(-x_1) + (-x_2) > -1]$$

2.)



3.)

Zu zeigen:

Die XOR-Funktion lässt sich nicht mit einem einfachen Perzeptron berechnen.

Beweis:

Seien x_1 und x_2 die Eingänge, w_1 und w_2 die zugehörigen Gewichte, θ der Schwellenwert und

$$a = [w_1x_1 + w_2x_2 > \theta]$$

die Ausgabe eines Perzeptrons, welches die XOR-Funktion berechnet.

Da die XOR-Funktion berechnet werden soll, muss die Ausgabe genau dann Null sein, wenn gilt $x_1 = x_2$. Für die jeweiligen Eingabebelegungen müssen nun also folgende Ungleichungen erfüllt sein:

$$w_1x_1 + w_2x_2 > \theta \quad \text{für } x_1 = 0 \text{ und } x_2 = 0 \quad (1)$$

$$w_1x_1 + w_2x_2 \leq \theta \quad \text{für } x_1 = 0 \text{ und } x_2 = 1 \quad (2)$$

$$w_1x_1 + w_2x_2 \leq \theta \quad \text{für } x_1 = 1 \text{ und } x_2 = 0 \quad (3)$$

$$w_1x_1 + w_2x_2 > \theta \quad \text{für } x_1 = 1 \text{ und } x_2 = 1 \quad (4)$$

Aus (1) folgt: $0 > \theta$

Aus (2) folgt: $w_2 \leq \theta$ und mit (1): $w_2 < 0$

Aus (3) folgt: $w_1 \leq \theta$ und mit (1): $w_1 < 0$

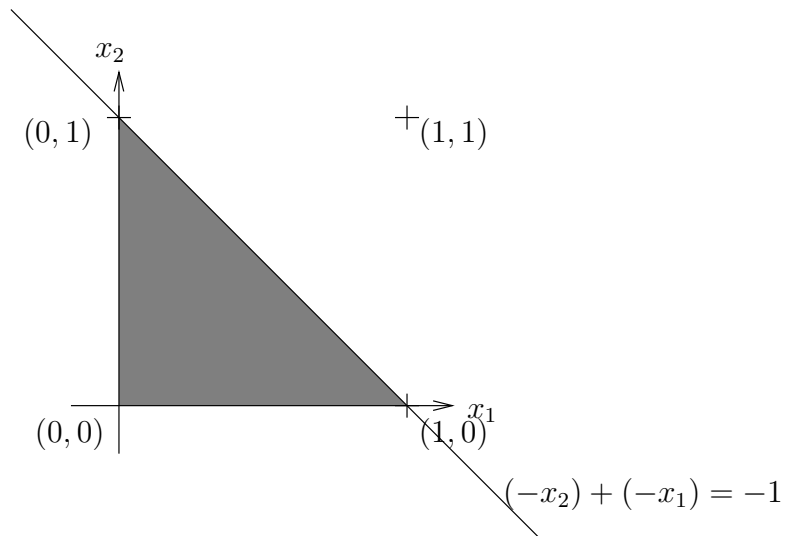
Aus (4) folgt: $w_1 + w_2 > \theta$

Da sich aus den ersten drei Ungleichungen folgern lässt, dass w_1 und w_2 negativ sein müssen kann Ungleichung (4) nicht gleichzeitig erfüllt sein und führt zu einem Widerspruch. Es gibt keine Belegung der Gewichte (w_1 und w_2) für die alle Ungleichungen erfüllt sind.

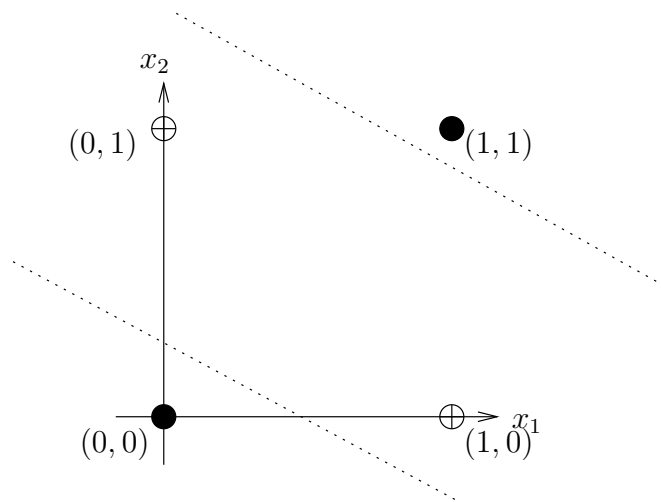
Das Perzeptron kann die XOR Funktion nicht berechnen.

Aufgabe 2.2: Perceptron

NOR



XOR



Gesucht ist eine Gerade, welche den Eingaberaum so trennt, dass die schwarz markierten Punkte in eine Klasse und die weiß markierten Punkte in die andere Klasse fallen. Dies ist wie in der Abbildung leicht zu erkennen nicht möglich. Man benötigt mindestens zwei Geraden, wie hier durch gepunktete Linien angedeutet.